

Hausaufgabe 3

Abgabe am 23.11.20 *vor* dem Seminar. Alle Berechnungen nachvollziehbar und explizit von Hand!

Aufgabe 1 Nehmen Sie folgende Funktionen $f_1, f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$(1) \quad f_1(x, y) = 4x^2 + 2.6y^2 + 3.1xy + 31x - 2y - 14$$

$$(2) \quad f_2(x, y) = 17x^2 - 6.2y^2 - xy - 5x - 12y$$

1. Bilden Sie den Gradienten der Funktion!
2. Finden Sie die Nullstelle des Gradienten!

Der Gradient ist einfach:

$$(3) \quad \nabla f_1(x, y) = (8x + 3.1y + 31, 5.2y + 3.1x - 2)$$

$$(4) \quad \nabla f_2(x, y) = (34x - y - 5, 12.4y - x - 12)$$

Nullstelle geht wie folgt: Wir haben das Gleichungssystem

$$8x + 3.1y + 31 = 0$$

$$5.2y + 3.1x - 2 = 0$$

Daraus folgt (Auflösung Gleichung 1 nach x):

$$x = \frac{-3.1y - 31}{8}$$

Und dementsprechend (Einsetzung in Gleichung 2)

$$5.2y + 3.1 \frac{-3.1y - 31}{8} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5.2y + \frac{-9.61y - 96.1}{8} = 2$$

$$\Leftrightarrow 5.2y + (-1.20125y - 12.0125) = 2$$

$$\Leftrightarrow (5.2 - 1.20125)y = 2 + 12.0125$$

$$\Leftrightarrow 3.99875y = 14.0125$$

$$\Leftrightarrow y = 14.0125/3.99875 = 3.50422$$

Also:

$$\begin{aligned}x &= \frac{-3.1 \cdot 3.50422 - 31}{8} \\&= -5.232885\end{aligned}$$

Die Nullstelle liegt also bei $(-5.232885, 3.50422)$.
Ebenso für (2).

Aufgabe 2 Nehmen Sie folgende Vektoren:

- $\mathbf{x} = (17.4, 3.6, 11.2, -8.5)$
- $\mathbf{y}_1 = (13.7, 6.2, -7.6, 2.4)$
- $\mathbf{y}_2 = (5.5, 9.5, 3.9, -4)$
- $\mathbf{y}_3 = (-3, 0.8, 4.7, -7.2)$

Bestimmen Sie die jeweiligen euklidischen Distanzen der Vektoren $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3$ von $\mathbf{x}$. Welcher ist der nächste Nachbar nach dieser Rechnung?

Lösungen sind (maschinell berechnet):

$$d_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}_1) = 22.19685$$

$$d_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}_2) = 15.81012$$

$$d_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}_3) = 21.63192$$