

Formale Begriffsanalyse
(B. Ganter, R. Wille)
Teil 2
mehrwertige Kontexte

Definition von formalen Kontexten

- $K := (G, M, I)$: formaler Kontext
- G : Menge der Gegenstände
- M : Menge der Merkmale
- $I \subseteq G \times M$: Inzidenzrelation ($(g, m) \in I$
 \Leftrightarrow „m trifft auf g zu“)

Mehrwertige Kontexte

- Preis, Gewicht, Genus, Kasus, ... sind typische **mehrwertige Merkmale**.

	Abbruch nach	Teil- nehmer	Platz- bedarf	Ball- spiel	Zuschauer- zahl
Handball	60 min.	2×7	mittel	direkt	mittel
Fußball	90 min.	2×11	hoch	direkt	hoch
Volleyball	Ergebnis	2×6	mittel	direkt	mittel
Basketball	40 min.	2×5	mittel	direkt	mittel
Golf	Ergebnis	bel.×1	hoch	mit Schläger	niedrig
Tennis-Einzel	Ergebnis	2×1	mittel	mit Schläger	mittel
Tennis-Doppel	Ergebnis	2×2	mittel	mit Schläger	mittel
Schach	Ergebnis	2×1	gering	nein	niedrig

formaler mehrwertiger Kontext

formal: Ein **mehrwertiger Kontext** ist ein 4-Tupel (G, M, W, I) mit Mengen G, M, W und einer Relation $I \subseteq (G \times M \times W)$. Es gilt:
aus $(g, m, w) \in I$ und $(g, m, v) \in I$ folgt $w = v$

- (G, M, W, I) heißt **n-wertig**, falls W n Elemente hat.

Wie kann man einem mehrwertigen Kontext Begriffe zuordnen?

- Der mehrwertige Kontext wird in einen einwertigen Kontext umgewandelt.
- Die Begriffe des abgeleiteten einwertigen Kontext werden als Begriffe des mehrwertigen Kontextes gedeutet (**begriffliche Skalierung**).
- Die begriffliche Skalierung ist nicht eindeutig!!!

begriffliche Skalierung

1.) Jedes Merkmal eines mehrwertigen Kontextes wird durch einen Kontext (begriffliche Skala) interpretiert.

Def.: Eine **Skala** zum Merkmal m eines mehrwertigen Kontextes ist ein einwertiger Kontext $S_m := (G_m, M_m, I_m)$ mit $m(G) \subseteq G_m$. Die Gegenstände der Skalen heißen **Skalenwerte**, die Merkmale **Skalenmerkmale**.

2.) Die einzelnen Skalen werden zu einem einwertigen Kontext zusammengefaßt (**Skalierung**).

Beispiel

	Zeit	Ergebnis
60 min.	×	
90 min.	×	
Ergebnis		×
40 min.	×	

§ Abbruch nach

	Ball- spiel	Ballspiel direkt	Ballspiel mit Schläger
direkt	×	×	
mit Schläger	×		×
nein			

§ Ballspiel

	≥hoch	≥mittel	≤mittel	≤gering
hoch	×	×		
mittel		×	×	
gering			×	×

§ Platzbedarf

	≥hoch	≥mittel
hoch	×	×
mittel		×
niedrig		

§ Zuschauerzahl

	2 Parteien	bel. viele Parteien	1 Spieler je Partei	>1 Spieler je Partei
2×7	×			×
2×11	×			×
2×6	×			×
2×5	×			×
bel.×1		×	×	
2×2	×			×
2×1	×		×	

§ Teilnehmer

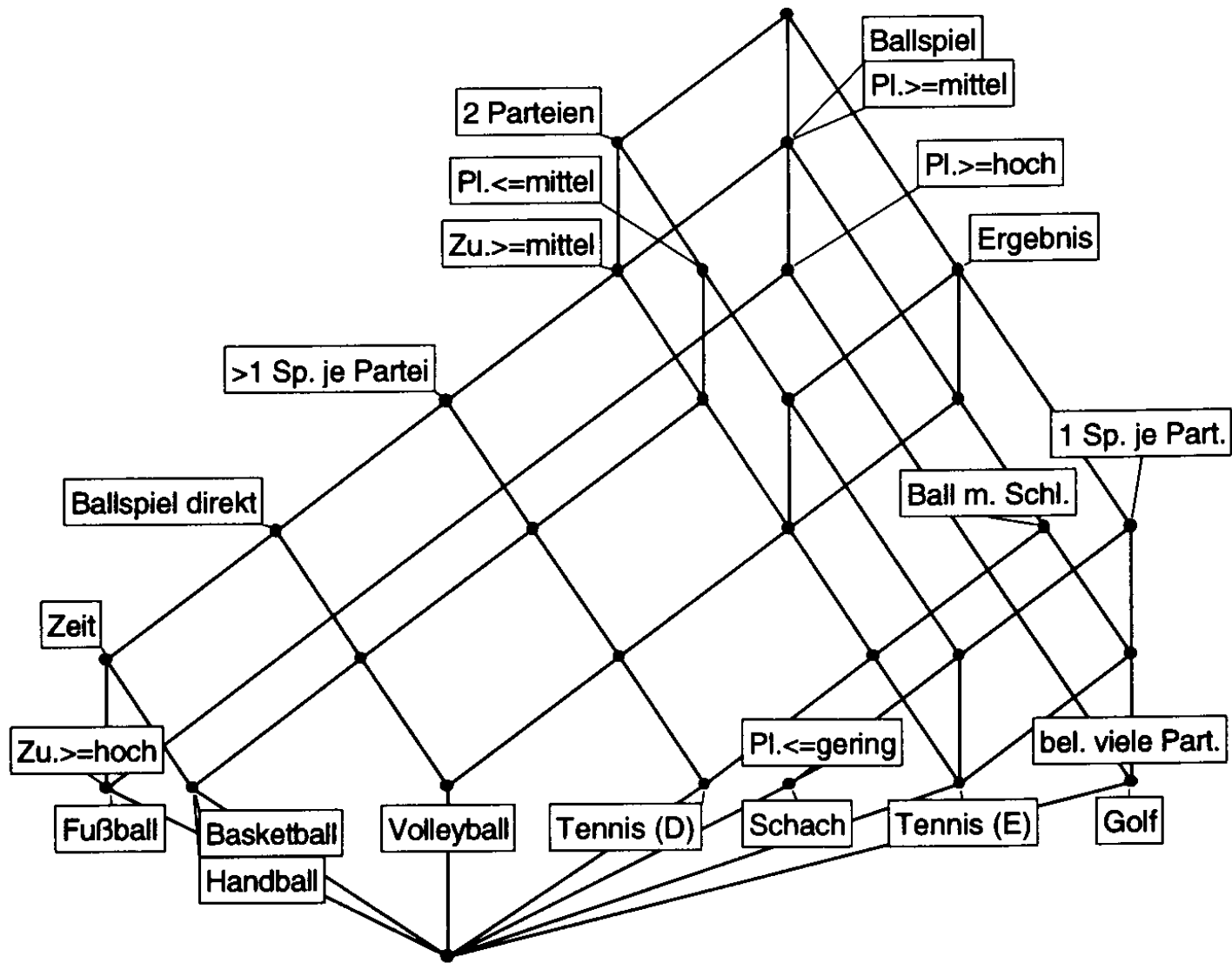
Schlichte Skalierung

Def: Zum mehrwertigen Kontext (G, M, W, I) mit Skalenkontexten S_m ist (G, N, J) der abgeleitete Kontext bzgl. der schlichten Skalierung, dabei gilt:
$$N := \bigcup_{m \in M} M_m \text{ und } gJ(m, n) : \Leftrightarrow m(g) = w \text{ und } wI_m n$$

anschaulich: In der Tabellendarstellung des Kontextes (G, M, W, I) wird jede Merkmalsausprägung $m(g)$ durch die zu $m(g)$ gehörende Zeile des Skalenkontextes S_m ersetzt.

Beispiel

	Abbruch		Teilnehmer				Platzbedarf				Ballspiel			Zu-	
	nach	Erg.	Part.	Sp. je P.		$\geq h$	$\geq m$	$\leq m$	$\leq g$	ja	dir.	Schl.	$\geq h$	$\geq m$	
	Zeit		2	bel.	1	>1									
Handball	×		×			×		×		×	×			×	
Fußball	×		×			×		×		×	×		×	×	
Volleyball		×	×			×		×		×	×			×	
Basketball	×		×			×		×		×	×			×	
Golf		×		×	×		×	×		×		×			
Tennis-E.		×	×		×			×	×	×		×		×	
Tennis-D.		×	×			×		×	×	×		×		×	
Schach		×	×		×				×	×					



Elementarskalen

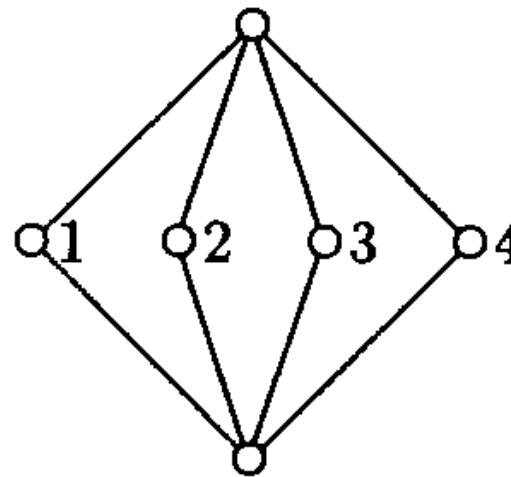
- Skalen können theoretisch beliebig frei gewählt werden, sollten sie aber nicht!
 - Die Eigenschaften des abgeleiteten einwertigen Kontextes hängen von den gewählten Skalen ab.
- ⇒ wähle bedeutungstragende Skalen
(Interpretationsentscheidung)
- nützliche, häufig verwendete Skalen sind die Elementarskalen.

Nominalskala

- Skalierung von Merkmalen, deren Ausprägungen sich gegenseitig ausschließen (z.B. Kasus, Genus,...).

	1	2	3	4
1	×			
2		×		
3			×	
4				×

Die Nominalskala N_4 .

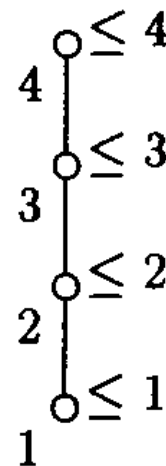


Ordinalskala

- Skalierung mehrwertiger Merkmale, deren Ausprägungen geordnet sind und bei denen jede Merkmalsausprägung die jeweils schwächere impliziert.

$\mathbb{O}_4 =$

	1	2	3	4
1	×	×	×	×
2		×	×	×
3			×	×
4				×

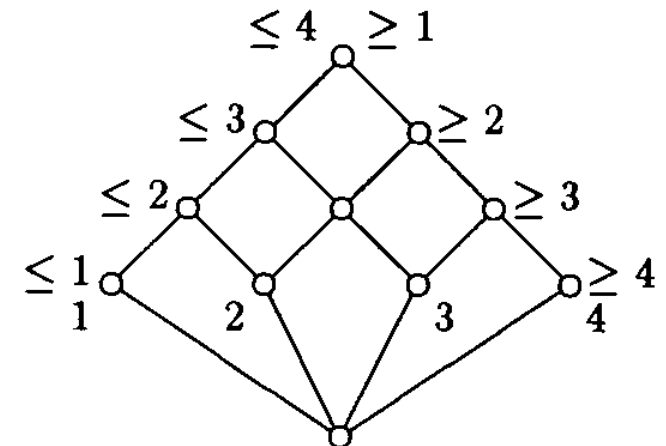


Interordinalskala

- Skalierung von Intervallzugehörigkeiten (kann gut bei der Auswertung von skalierten „trifft zu“-„trifft nicht zu“-Fragebögen verwendet werden).

$$\mathbb{I}_4 =$$

	≤ 1	≤ 2	≤ 3	≤ 4	≥ 1	≥ 2	≥ 3	≥ 4
1	x	x	x	x	x			
2		x	x	x	x	x		
3			x	x	x	x	x	
4				x	x	x	x	x

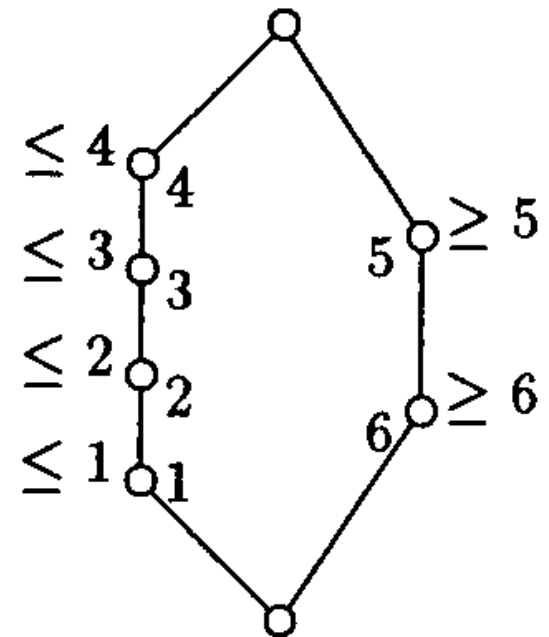


Biordinalskala

- Skalierung von gewerteten Gegensatzpaaren (laut \supset sehr laut leise \supset sehr leise).

$M_{4,2} =$

	≤ 1	≤ 2	≤ 3	≤ 4	≥ 5	≥ 6
1	x	x	x	x		
2		x	x	x		
3			x	x		
4				x		
5					x	
6					x	x



Dichotome Skala

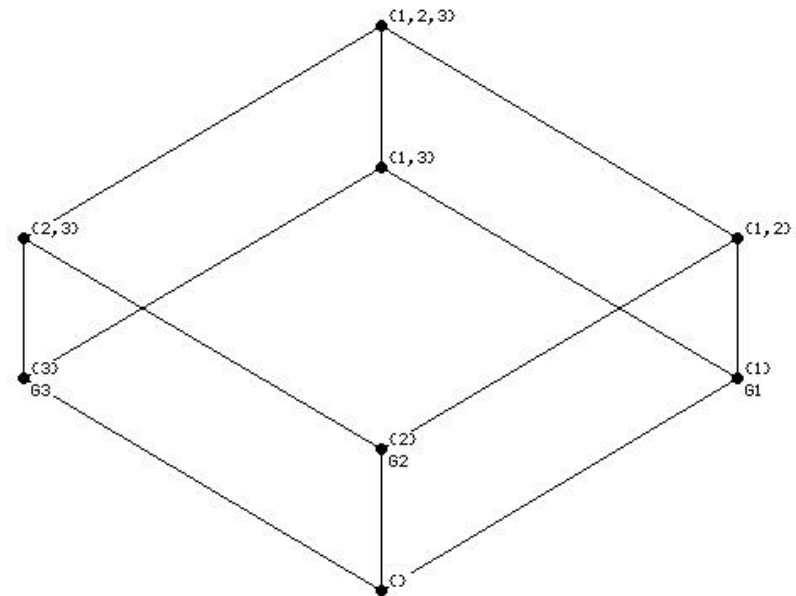
- In einwertigen Kontexten sind „leere Zellen“ nicht begriffsbildend. Mit Hilfe der dichotomen Skala wird die Negation eines Merkmals zur Begriffsbildung hinzugezogen.

	0	1
0	×	
1		×

Boolsche Skala

- In Fällen in denen die Merkmalsausprägung auch eine Menge von Werten sein kann, bietet sich eine Boolsche Skala an.

	{}	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1		X			X	X		X
2			X		X		X	X
3				X		X	X	X



formale Begriffsa