

Formale Begriffsanalyse mehrwertige Kontexte und begriffliche Skalierung

Mehrwertige Kontexte

- Preis, Gewicht, Genus, Kasus, ... sind typische **mehrwertige Merkmale**.

	Abbruch nach	Teil- nehmer	Platz- bedarf	Ball- spiel	Zuschauer- zahl
Handball	60 min.	2×7	mittel	direkt	mittel
Fußball	90 min.	2×11	hoch	direkt	hoch
Volleyball	Ergebnis	2×6	mittel	direkt	mittel
Basketball	40 min.	2×5	mittel	direkt	mittel
Golf	Ergebnis	bel.×1	hoch	mit Schläger	niedrig
Tennis-Einzel	Ergebnis	2×1	mittel	mit Schläger	mittel
Tennis-Doppel	Ergebnis	2×2	mittel	mit Schläger	mittel
Schach	Ergebnis	2×1	gering	nein	niedrig

formaler mehrwertiger Kontext

- Ein **mehrwertiger Kontext** ist ein 4-Tupel (G, M, W, I) mit Mengen G, M, W und einer Relation $I \subseteq (G \times M \times W)$.

Es gilt:

aus $(g, m, w) \in I$ und $(g, m, v) \in I$ folgt $w = v$

Terminologie (1)

- Ist (G, M, W, I) ein mehrwertiger Kontext, so nennen wir die Elemente von G die **Gegenstände**, die von M die **(mehrwertigen) Merkmale** und die von W die **Merkmalsausprägungen** oder Werte.
- $(g, m, w) \in I$ wird gelesen als "das Merkmal m hat beim Gegenstand g den Wert w ".
- Die mehrwertigen Merkmale können als partielle Abbildungen aus G in W aufgefaßt werden, wir schreiben daher häufig $m(g) = w$ statt $(g, m, w) \in I$

Terminologie (2)

- Der **Definitionsbereich** eines Merkmals m wird definiert als
$$\text{dom}(m) := \{g \in G \mid (g, m, w) \in I \text{ und } w \in W\}$$
- Das Merkmal m heißt **vollständig**, falls $\text{dom}(m) = G$.
- Ein mehrwertiger Kontext heißt **vollständig**, falls alle Merkmale vollständig sind.
- Ein mehrwertiger Kontext (G, M, W, I) heißt **n-wertig**, falls W n Elemente hat.

Wie kann man einem mehrwertigen Kontext Begriffe zuordnen?

- Der mehrwertige Kontext wird in einen einwertigen Kontext umgewandelt.
- Die Begriffe des abgeleiteten einwertigen Kontext werden als Begriffe des mehrwertigen Kontextes gedeutet (**begriffliche Skalierung**).
- Die begriffliche Skalierung ist nicht eindeutig!!!

begriffliche Skalierung

- Jedes Merkmal eines mehrwertigen Kontextes wird durch einen Kontext (begriffliche Skala) interpretiert.

Def.: Eine **Skala** zum Merkmal m eines mehrwertigen Kontextes ist ein einwertiger Kontext

$$S_m := (G_m, M_m, I_m) \text{ mit } m(G) \subseteq G_m.$$

Die Gegenstände der Skalen heißen **Skalenwerte**, die Merkmale **Skalenmerkmale**.

- Die einzelnen Skalen werden zu einem einwertigen Kontext zusammengefaßt (**Skalierung**).

Skalen für Ballspielkontext

	Zeit	Ergebnis
60 min.	×	
90 min.	×	
Ergebnis		×
40 min.	×	

§ Abbruch nach

	Ball- spiel	Ballspiel direkt	Ballspiel mit Schläger
direkt mit Schläger	×	×	
nein	×		×

§ Ballspiel

	≥hoch	≥mittel	≤mittel	≤gering
hoch	×	×		
mittel		×	×	
gering			×	×

§ Platzbedarf

	≥hoch	≥mittel
hoch	×	×
mittel		×
niedrig		

§ Zuschauerzahl

	2 Parteien	bel. viele Parteien	1 Spieler je Partei	>1 Spieler je Partei
2×7	×			×
2×11	×			×
2×6	×			×
2×5	×			×
bel.×1		×	×	
2×2	×			×
2×1	×		×	

§ Teilnehmer

Schlichte Skalierung

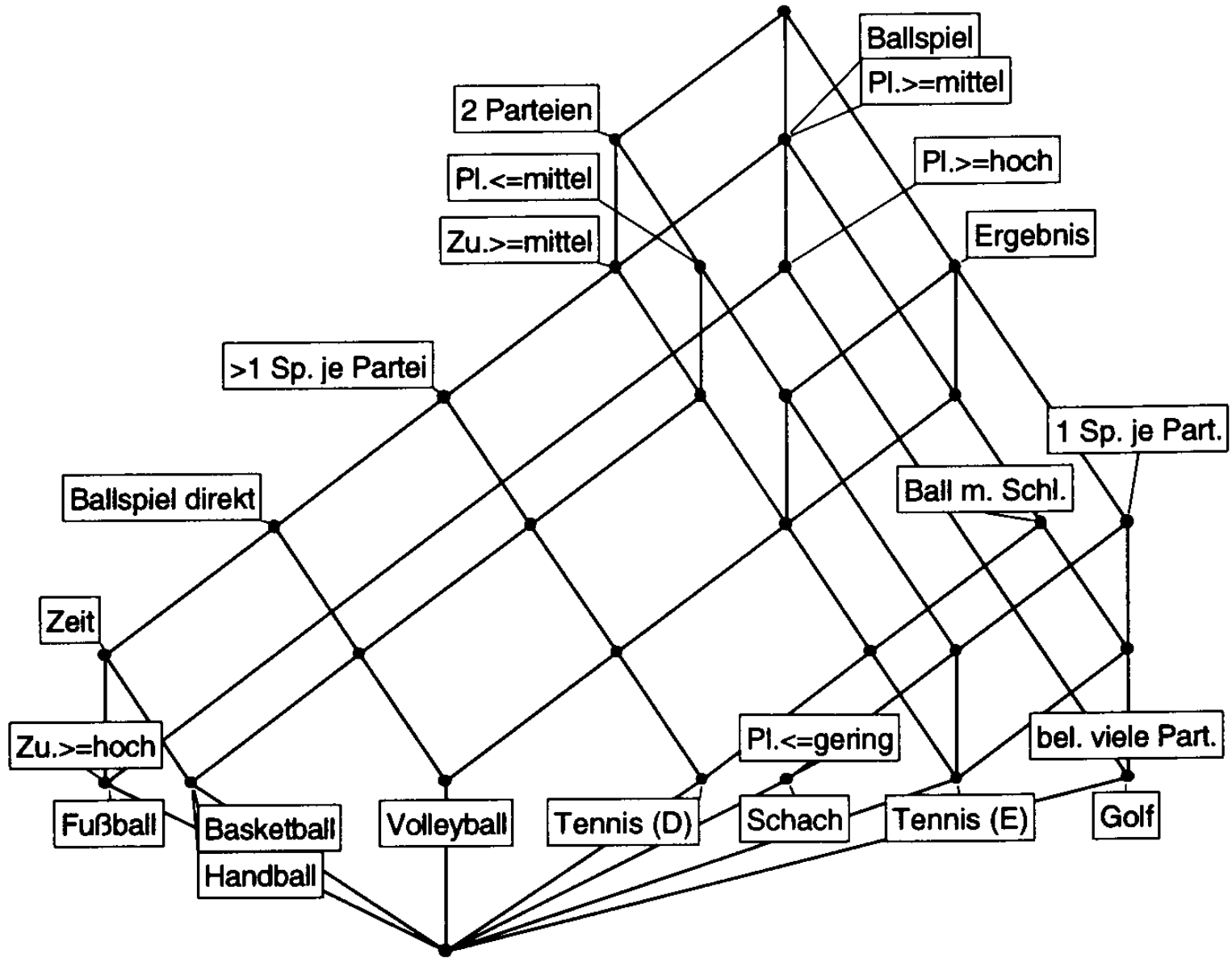
Def: Zum mehrwertigen Kontext (G, M, W, I) mit Skalenkontexten S_m ist (G, N, J) der abgeleitete Kontext bzgl. der **schlichten Skalierung**, dabei gilt:

$$N := \dot{\bigcup}_{m \in M} M_m \quad \text{und} \quad gJ(m, n) : \Leftrightarrow m(g) = w \quad \text{und} \quad wI_m n$$

anschaulich: In der Tabellendarstellung des Kontextes (G, M, W, I) wird jede Merkmalsausprägung $m(g)$ durch die zu $m(g)$ gehörende Zeile des Skalenkontextes S_m ersetzt.

einwertiger Ballspielkontext

	Abbruch		Teilnehmer			Platzbedarf				Ballspiel mit			Zu- schauer	
	nach Zeit	Erg.	Part. 2 bel.	Sp. je P. 1 >1		$\geq h$	$\geq m$	$\leq m$	$\leq g$	ja	dir.	Schl.	$\geq h$	$\geq m$
Handball	x		x		x		x	x		x	x			x
Fußball	x		x		x	x	x			x	x		x	x
Volleyball		x	x		x		x	x		x	x			x
Basketball	x		x		x		x	x		x	x			x
Golf		x		x	x	x	x			x		x		
Tennis-E.		x	x		x		x	x		x		x		x
Tennis-D.		x	x		x		x	x		x		x		x
Schach		x	x		x			x	x					



Elementarskalen

- Skalen können theoretisch beliebig frei gewählt werden, sollten sie aber nicht!
 - Die Eigenschaften des abgeleiteten einwertigen Kontextes hängen von den gewählten Skalen ab.
- ⇒ wähle bedeutungstragende Skalen
(Interpretationsentscheidung)
- nützliche, häufig verwendete Skalen sind die Elementarskalen.

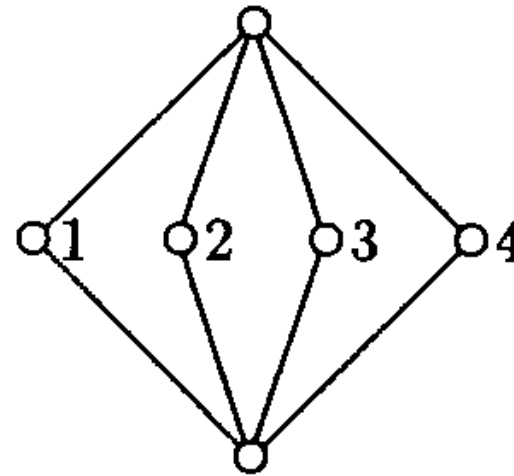
Nominalskala

$$N_n := (n, n, =)$$

- Skalierung von Merkmalen, deren Ausprägungen sich gegenseitig ausschließen (z.B. Kasus, Genus,...).

	1	2	3	4
1	×			
2		×		
3			×	
4				×

Die Nominalskala N_4 .



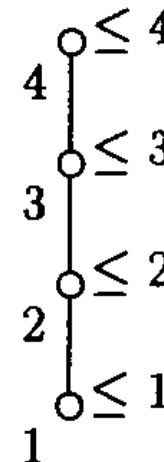
Ordinalskala

$$O_n := (n, n, \leq)$$

- Skalierung mehrwertiger Merkmale, deren Ausprägungen geordnet sind und bei denen jede Merkmalsausprägung die jeweils schwächere impliziert.

$\mathbb{O}_4 =$

	1	2	3	4
1	×	×	×	×
2		×	×	×
3			×	×
4				×



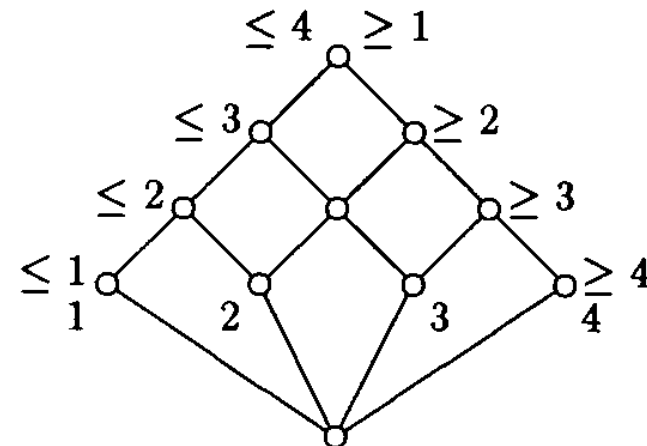
Interordinalskala

$$I_n := (n, n, \leq) \mid (n, n, \geq)$$

- Skalierung von Intervallzugehörigkeiten (kann gut bei der Auswertung von skalierten „trifft zu“-„trifft nicht zu“-Fragebögen verwendet werden).

$\mathbb{I}_4 =$

	≤ 1	≤ 2	≤ 3	≤ 4	≥ 1	≥ 2	≥ 3	≥ 4
1	x	x	x	x	x			
2		x	x	x	x	x		
3			x	x	x	x	x	
4				x	x	x	x	x



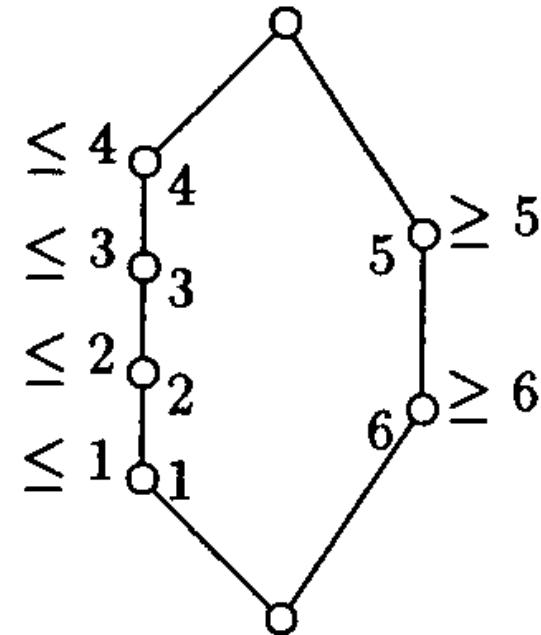
Biordinalskala

$$M_{n,m} := (n, n, \leq) \cup (m, m, \geq)$$

- Skalierung von gewerteten Gegensatzpaaren (laut \supset sehr laut leise \supset sehr leise).

$M_{4,2} =$

	≤ 1	≤ 2	≤ 3	≤ 4	≥ 5	≥ 6
1	x	x	x	x		
2		x	x	x		
3			x	x		
4				x		
5					x	
6					x	x



Dichotome Skala

$$D := (\{0,1\}, \{0,1\}, =)$$

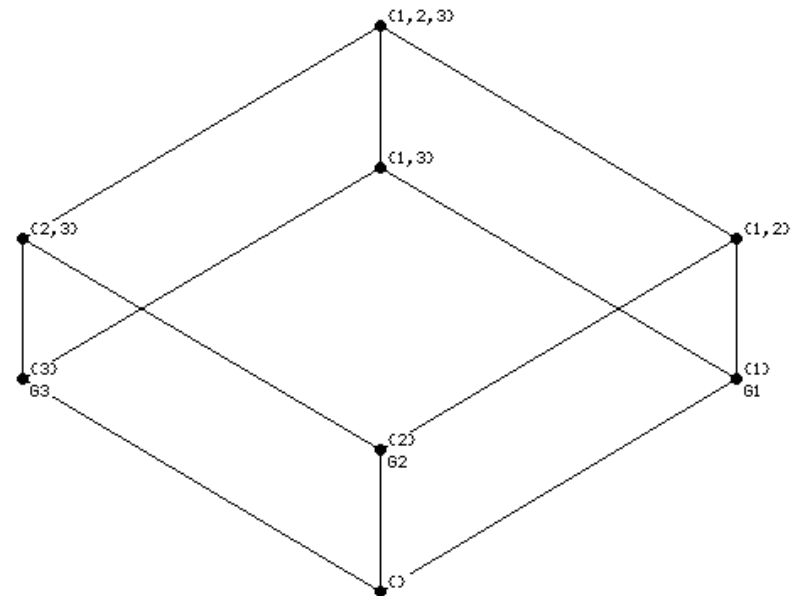
- In einwertigen Kontexten sind „leere Zellen“ nicht begriffsbildend. Mit Hilfe der dichotomen Skala wird die Negation eines Merkmals zur Begriffsbildung hinzugezogen.

	0	1
0	×	
1		×

Boolsche Skala

- In Fällen in denen die Merkmalsausprägung auch eine Menge von Werten sein kann, bietet sich eine Boolsche Skala an.

	{}	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1		X			X	X		X
2			X		X		X	X
3				X		X	X	X



Software

- ToscanaJ – Suite
<http://toscanaj.sourceforge.net/>