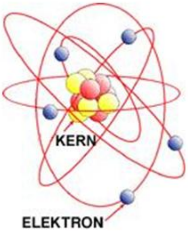
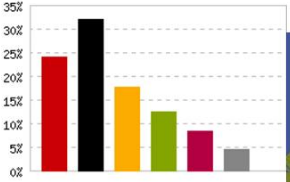
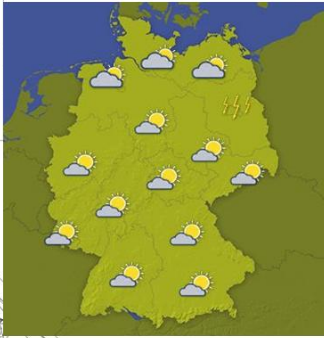
Einführung in die Computerlinguistik – formale Sprachen

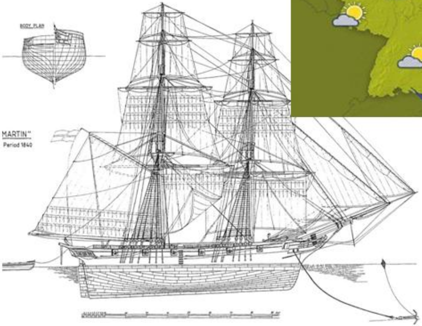
Dozentin: Wiebke Petersen

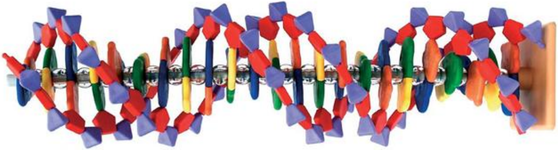
29.10.2009

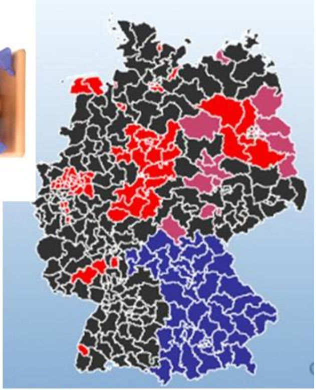

KERN
ELEKTRON

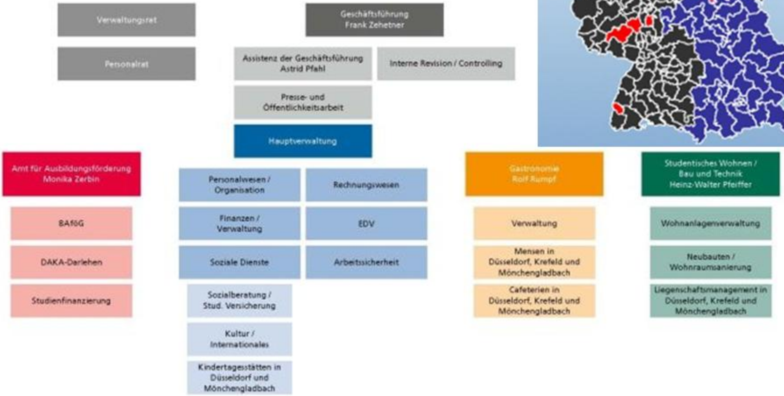

35%
30%
25%
20%
15%
10%
5%
0%



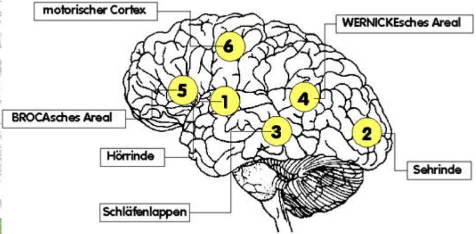

MARTIN"
Period 1840

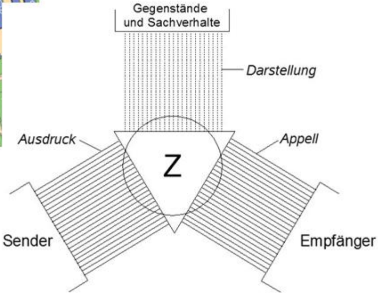





Verwaltungsrat
Geschäftsführung
Frank Zehetner
Personalrat
Assistenz der Geschäftsführung
Astrid Pfahl
Interne Revision / Controlling
Presse- und
Öffentlichkeitsarbeit
Hauptverwaltung
Amt für Ausbildungsförderung
Monika Zerbin
BAföG
DAKA-Darlehen
Studienfinanzierung
Personalwesen /
Organisation
Rechnungswesen
Finanzen /
Verwaltung
EDV
Soziale Dienste
Arbeitssicherheit
Sozialberatung /
Stud. Versicherung
Kultur /
Internationales
Kindertagesstätten in
Düsseldorf und
Mönchengladbach
Gastronomie
Rolf Rumpf
Verwaltung
Mensen in
Düsseldorf, Krefeld und
Mönchengladbach
Cafeterien in
Düsseldorf, Krefeld und
Mönchengladbach
Studentisches Wohnen /
Bau und Technik
Heinz-Walter Pfeiffer
Wohnanlagenverwaltung
Neubauten /
Wohnraumsanierung
Liegenschaftsmanagement in
Düsseldorf, Krefeld und
Mönchengladbach


Uni-Mensa
735
827
Uni-Mitte
735
827
835
836
Uni-Süd
735
827
Münchener
Rechenzentrum
25.41
22.22
23.40
24.91


motorischer Cortex
WERNICKEsches Areal
BROCAsches Areal
Hörrinde
Sehrinde
Schläfenlappen
6
5
1
4
3
2


Gegenstände
und Sachverhalte
Darstellung
Ausdruck
Appell
Z
Sender
Empfänger

Modell

- künstlich geschaffen
- materiell oder immateriell
- vereinfachtes Abbild
- zweckgerichtet
- Abstraktion
- Repräsentation
- Modellierungsannahmen

Modell

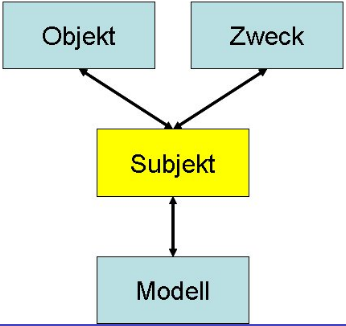
- künstlich geschaffen
- materiell oder immateriell
- vereinfachtes Abbild
- zweckgerichtet
- Abstraktion
- Repräsentation
- Modellierungsannahmen

Modellierung

Ein Subjekt entwirft zu einem Orginal ein Modell zu einem bestimmten Zweck.

Stachowiak:

- Abbildsmerkmal
- Vereinfachungsmerkmal
- Pragmatisches Merkmal



Modellierung natürlicher Sprachen

Formale Sprachen

Formale Sprachen sind Mengen von Wörtern (entspricht in natürlichen Sprachen den **Sätzen**), die ihrerseits aus Zeichen/Symbolen (in natürlichen Sprachen **Wörtern**) aufgebaut sind. Was in der Menge ist, ist ein "grammatisch korrektes Wort", alles andere nicht.

Modellierung natürlicher Sprachen

Formale Sprachen

Formale Sprachen sind Mengen von Wörtern (entspricht in natürlichen Sprachen den **Sätzen**), die ihrerseits aus Zeichen/Symbolen (in natürlichen Sprachen **Wörtern**) aufgebaut sind. Was in der Menge ist, ist ein "grammatisch korrektes Wort", alles andere nicht.

Für "strukturierte" formale Sprachen lassen sich endliche Mengen von Regeln/Grammatiken angeben, die diese beschreiben.

Modellierung natürlicher Sprachen

Formale Sprachen

Formale Sprachen sind Mengen von Wörtern (entspricht in natürlichen Sprachen den **Sätzen**), die ihrerseits aus Zeichen/Symbolen (in natürlichen Sprachen **Wörtern**) aufgebaut sind. Was in der Menge ist, ist ein "grammatisch korrektes Wort", alles andere nicht.

Für "strukturierte" formale Sprachen lassen sich endliche Mengen von Regeln/Grammatiken angeben, die diese beschreiben.

Sprachmodell

Formale Sprachen dienen als Modell für natürliche Sprachen.

Modellierung natürlicher Sprachen

Formale Sprachen

Formale Sprachen sind Mengen von Wörtern (entspricht in natürlichen Sprachen den **Sätzen**), die ihrerseits aus Zeichen/Symbolen (in natürlichen Sprachen **Wörtern**) aufgebaut sind. Was in der Menge ist, ist ein "grammatisch korrektes Wort", alles andere nicht.

Für "strukturierte" formale Sprachen lassen sich endliche Mengen von Regeln/Grammatiken angeben, die diese beschreiben.

Sprachmodell

Formale Sprachen dienen als Modell für natürliche Sprachen.

Wir gehen davon aus, daß alle natürlichen Sprachen durch endlich viele Regeln beschreibbar sind, da wir sie ansonsten nicht sprechen / verstehen könnten.

Modellierung natürlicher Sprachen

Formale Sprachen

Formale Sprachen sind Mengen von Wörtern (entspricht in natürlichen Sprachen den **Sätzen**), die ihrerseits aus Zeichen/Symbolen (in natürlichen Sprachen **Wörtern**) aufgebaut sind. Was in der Menge ist, ist ein "grammatisch korrektes Wort", alles andere nicht.

Für "strukturierte" formale Sprachen lassen sich endliche Mengen von Regeln/Grammatiken angeben, die diese beschreiben.

Sprachmodell

Formale Sprachen dienen als Modell für natürliche Sprachen.

Wir gehen davon aus, daß alle natürlichen Sprachen durch endlich viele Regeln beschreibbar sind, da wir sie ansonsten nicht sprechen / verstehen könnten.

Welche Modellannahmen werden hier implizit gemacht?

Mengen

Georg Cantor (1845-1918)

Eine Menge ist eine Zusammenfassung beliebiger Objekte, genannt Elemente, zu einer Gesamtheit, wobei keines der Objekte die Menge selbst sein darf.
Zwei Mengen sind gleich, g.d.w. sie die gleichen Elemente enthalten.
Es gibt genau eine Menge, die keine Elemente enthält, die leere Menge $\emptyset$.

Mengenbeschreibungen

explizite Mengendarstellung $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ ist die Menge, die genau die Elemente $a_1, a_2, \ldots, a_n$ enthält.
Beispiel: $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Mengenbeschreibungen

explizite Mengendarstellung $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ ist die Menge, die genau die Elemente $a_1, a_2, \ldots, a_n$ enthält.
Beispiel: $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

implizite Mengendarstellung $\{x|A\}$ ist die Menge, die genau die Objekte x enthält, auf die die Aussage A zutrifft.
Beispiel: $\{x|x \in \mathbb{N} \text{ und } x < 8 \text{ und } 1 < x\}$,
$\{x|x \in \mathbb{N} \text{ und } x \text{ ist eine gerade Zahl}\}$

Mengenbeschreibungen

explizite Mengendarstellung $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ ist die Menge, die genau die Elemente $a_1, a_2, \ldots, a_n$ enthält.
Beispiel: $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

implizite Mengendarstellung $\{x|A\}$ ist die Menge, die genau die Objekte x enthält, auf die die Aussage A zutrifft.
Beispiel: $\{x|x \in \mathbb{N} \text{ und } x < 8 \text{ und } 1 < x\}$,
$\{x|x \in \mathbb{N} \text{ und } x \text{ ist eine gerade Zahl}\}$

Notation

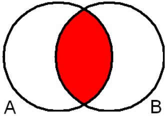
$x \in M$: x ist ein Element der Menge M ($2 \in \{1, 2, 3\}$, $2 \notin \{1, 3, 5\}$)

$N \subseteq M$: die Menge N ist eine Teilmenge der Menge M
($\{2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$)
Hinweise: Die leere Menge ist eine Teilmenge jeder Menge
($\emptyset \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$)

$N \subset M$: die Menge N ist eine echte Teilmenge der Menge M
($\{1, 2\} \subseteq \{1, 2\}$ aber $\{1, 2\} \not\subset \{1, 2\}$)

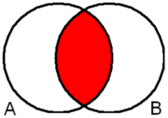
Mengenoperationen

Schnitt: $A \cap B$

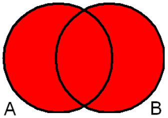


Mengenoperationen

Schnitt: $A \cap B$

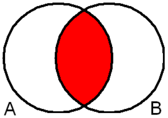


Vereinigung: $A \cup B$

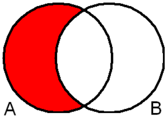


Mengenoperationen

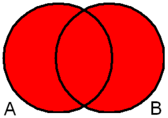
Schnitt: $A \cap B$



Differenz: $A \setminus B$

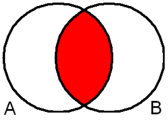


Vereinigung: $A \cup B$

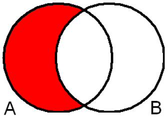


Mengenoperationen

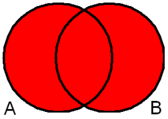
Schnitt: $A \cap B$



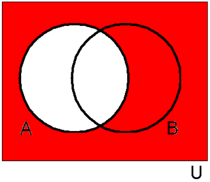
Differenz: $A \setminus B$



Vereinigung: $A \cup B$



Komplement (in U): $C_U(A)$



Wenn U feststeht, dann auch $\bar{A}$

Potenzmenge

Die Potenzmenge einer Menge M ist die Menge aller Teilmengen von M, also $\mathcal{POT}(M) = \{N | N \subseteq M\}$.

Potenzmenge

Die Potenzmenge einer Menge M ist die Menge aller Teilmengen von M, also $\mathcal{POT}(M) = \{N | N \subseteq M\}$.

Für endliche Mengen gilt: ist M eine n-elementige Menge, so ist $\mathcal{POT}(M)$ eine 2^n-elementige Menge.

$$
\begin{array}{l}
\{1 \quad 2 \quad 3\} \\
\{1 \quad 2 \quad \} \\
\{1 \quad \quad 3\} \\
\{ \quad 2 \quad 3\} \\
\{1 \quad \quad \} \\
\{ \quad 2 \quad \} \\
\{ \quad \quad 3\} \\
\{ \quad \quad \}
\end{array}
$$

Alphabete und Wörter

Definition

- *Alphabet Σ: nichtleere endliche Menge von Symbolen / Zeichen.*
- *Wort: eine endliche Kette/Folge $x_1 \dots x_n$ von Symbolen/Zeichen eines Alphabets ($n \geq 0$). Das Wort, das aus null Zeichen besteht heißt leeres Wort und wird mit ϵ bezeichnet.*

  Die Menge aller Wörter über einem Alphabet Σ bezeichnen wir mit Σ^*.

Alphabete und Wörter

Definition

- *Alphabet Σ: nichtleere endliche Menge von Symbolen / Zeichen.*
- *Wort: eine endliche Kette/Folge $x_1 \dots x_n$ von Symbolen/Zeichen eines Alphabets ($n \geq 0$). Das Wort, das aus null Zeichen besteht heißt leeres Wort und wird mit ϵ bezeichnet.*

  Die Menge aller Wörter über einem Alphabet Σ bezeichnen wir mit Σ^*.

  $\Sigma^+ = \Sigma^* \setminus \{\epsilon\}$ ist die Menge der nichtleeren Wörter.
- *Länge eines Wortes $|w|$: Gesamtzahl der Zeichen eines Wortes w ($|abbaca| = 6$, $|\epsilon| = 0$)*

Leersymbol, leeres Wort und leere Menge

Vorsicht Verwechslungsgefahr!

Das Leersymbol ␣ ist ein *Zeichen* des Alphabets, also auch ein Wort der Länge 1.

Leersymbol, leeres Wort und leere Menge

Vorsicht Verwechslungsgefahr!

Das Leersymbol $\sqcup$ ist ein *Zeichen* des Alphabets, also auch ein Wort der Länge 1.

Das leere Wort ϵ ist ein *Wort* der Länge 0.

Leersymbol, leeres Wort und leere Menge

Vorsicht Verwechslungsgefahr!

Das Leersymbol ␣ ist ein *Zeichen* des Alphabets, also auch ein Wort der Länge 1.

Das leere Wort ϵ ist ein *Wort* der Länge 0.

Die leere Menge $\emptyset$ ist eine *Menge*.

Übung: Alphabete und Wörter

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet:

- Gib ein Wort der Länge 4 über Σ an.
- Welche der folgenden Ausdrücke sind Wörter über Σ und welche Länge haben sie:
  '*aa*', '*caab*', '*da*'
- Was ist der Unterschied zwischen Σ^*, Σ^+ und Σ?
- Wieviele Elemente haben Σ^* und Σ^+?

Operationen auf Wörtern

Definition

Verkettung / Konkatenation Die *Konkatenation / Verkettung* zweier Wörter $u = a_1 a_2 \ldots a_n$ und $v = b_1 b_2 \ldots b_m$ mit $n, m \geq 0$ ist

$$u \circ v = a_1 \ldots a_n b_1 \ldots b_m$$

Häufig schreiben wir uv statt $u \circ v$.

Operationen auf Wörtern

Definition

Verkettung / Konkatenation Die *Konkatenation / Verkettung* zweier Wörter $u = a_1 a_2 \dots a_n$ und $v = b_1 b_2 \dots b_m$ mit $n, m \geq 0$ ist

$$u \circ v = a_1 \dots a_n b_1 \dots b_m$$

Häufig schreiben wir uv statt $u \circ v$.

$$w \circ \epsilon = \epsilon \circ w = w \qquad \text{Neutrales Element}$$

$$u \circ (v \circ w) = (u \circ v) \circ w \qquad \text{Assoziativität}$$

Operationen auf Wörtern

Exponenten

- w^n: w wird n-mal mit sich selbst verkettet.
- $w^0 = \epsilon$: w wird '0-mal' mit sich selbst verkettet.

Operationen auf Wörtern

Exponenten

- w^n: w wird n-mal mit sich selbst verkettet.
- $w^0 = \epsilon$: w wird '0-mal' mit sich selbst verkettet.

Umkehrung

- Die Umkehrung eines Wortes w wird mit w^R bezeichnet.
  $(abcd)^R = dcba$.
- Ein Wort w, für das $w = w^R$ gilt, heißt Palindrom.

(madam, reliefpfeiler, otto, anna,...)

Übung: Operationen auf Wörtern

Seien $w = aabc$ und $v = bcc$ Wörter, berechne:

- $w \circ v$
- $((w^R \circ v)^R)^2$
- $w \circ (v^R \circ w^3)^0$

Formale Sprache

Definition

Eine formale Sprache *L ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet Σ, also $L \subseteq \Sigma^*$.*

Formale Sprache

Definition

Eine *formale Sprache* *L ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet Σ, also $L \subseteq \Sigma^*$.*

Beispiele:

- Sprache L_{rom} der gültigen römischen Zahldarstellungen über dem Alphabet

Formale Sprache

Definition

Eine *formale Sprache* *L ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet Σ, also $L \subseteq \Sigma^*$.*

Beispiele:

- Sprache L_{rom} der gültigen römischen Zahldarstellungen über dem Alphabet $\Sigma_{rom} = \{\mathbf{I}, \mathbf{V}, \mathbf{X}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{M}\}$.

Formale Sprache

Definition

Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet Σ, also $L \subseteq \Sigma^*$.

Beispiele:

- Sprache L_{rom} der gültigen römischen Zahldarstellungen über dem Alphabet $\Sigma_{rom} = \{\mathbf{I}, \mathbf{V}, \mathbf{X}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{M}\}$.
- Sprache L_{Mors} der Buchstaben des lateinischen Alphabets dargestellt im Morsecode.

Formale Sprache

Definition

Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet Σ, also $L \subseteq \Sigma^*$.

Beispiele:

- Sprache L_{rom} der gültigen römischen Zahldarstellungen über dem Alphabet $\Sigma_{rom} = \{\mathbf{I}, \mathbf{V}, \mathbf{X}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{M}\}$.
- Sprache L_{Mors} der Buchstaben des lateinischen Alphabets dargestellt im Morsecode. $L_{Mors} = \{\cdot -, - \cdot \cdot\cdot, \ldots, - - \cdot\cdot\}$

Formale Sprache

Definition

Eine *formale Sprache* *L ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet Σ, also $L \subseteq \Sigma^*$.*

Beispiele:

- Sprache L_{rom} der gültigen römischen Zahldarstellungen über dem Alphabet $\Sigma_{rom} = \{\mathbf{I}, \mathbf{V}, \mathbf{X}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{M}\}$.
- Sprache L_{Mors} der Buchstaben des lateinischen Alphabets dargestellt im Morsecode. $L_{Mors} = \{\cdot -, - \cdot \cdot\cdot, \ldots, - - \cdot\cdot\}$
- Sprache L_{pal} der Palindrome im deutschen Duden $L_{pal} = \{$Madam, reliefpfeiler, $\ldots\}$

Formale Sprache

Definition

Eine *formale Sprache* *L ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet Σ, also $L \subseteq \Sigma^*$.*

Beispiele:

- Sprache L_{rom} der gültigen römischen Zahldarstellungen über dem Alphabet $\Sigma_{rom} = \{\mathbf{I}, \mathbf{V}, \mathbf{X}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{M}\}$.
- Sprache L_{Mors} der Buchstaben des lateinischen Alphabets dargestellt im Morsecode. $L_{Mors} = \{\cdot -, - \cdot \cdot\cdot, \ldots, - - \cdot\cdot\}$
- Sprache L_{pal} der Palindrome im deutschen Duden $L_{pal} = \{\text{Madam, reliefpfeiler, } \ldots\}$
- Leere Menge

Formale Sprache

Definition

Eine ***formale Sprache*** *L ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet Σ, also $L \subseteq \Sigma^*$.*

Beispiele:

- Sprache L_{rom} der gültigen römischen Zahldarstellungen über dem Alphabet $\Sigma_{rom} = \{\mathbf{I}, \mathbf{V}, \mathbf{X}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{M}\}$.
- Sprache L_{Mors} der Buchstaben des lateinischen Alphabets dargestellt im Morsecode. $L_{Mors} = \{\cdot -, - \cdot \cdot \cdot, \ldots, - - \cdot\cdot\}$
- Sprache L_{pal} der Palindrome im deutschen Duden $L_{pal} = \{\text{Madam, reliefpfeiler, } \ldots\}$
- Leere Menge
- Menge der Wörter der Länge 13 über dem Alphabet $\{a, b, c\}$

Formale Sprache

Definition

Eine *formale Sprache* L *ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet* Σ, *also* $L \subseteq \Sigma^*$.

Beispiele:

- Sprache L_{rom} der gültigen römischen Zahldarstellungen über dem Alphabet $\Sigma_{rom} = \{\mathbf{I}, \mathbf{V}, \mathbf{X}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{M}\}$.
- Sprache L_{Mors} der Buchstaben des lateinischen Alphabets dargestellt im Morsecode. $L_{Mors} = \{\cdot -, - \cdot \cdot\cdot, \ldots, - - \cdot\cdot\}$
- Sprache L_{pal} der Palindrome im deutschen Duden $L_{pal} = \{\text{Madam, reliefpfeiler, } \ldots\}$
- Leere Menge
- Menge der Wörter der Länge 13 über dem Alphabet $\{a, b, c\}$
- Sprache der syntaktisch wohlgeformten Java-Programme

Formale Sprache

Definition

Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern über einem Alphabet Σ, also $L \subseteq \Sigma^*$.

Beispiele:

- Sprache L_{rom} der gültigen römischen Zahldarstellungen über dem Alphabet $\Sigma_{rom} = \{\mathbf{I}, \mathbf{V}, \mathbf{X}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{M}\}$.
- Sprache L_{Mors} der Buchstaben des lateinischen Alphabets dargestellt im Morsecode. $L_{Mors} = \{\cdot-, - \cdot \cdot\cdot, \dots, - - \cdot\cdot\}$
- Sprache L_{pal} der Palindrome im deutschen Duden $L_{pal} = \{$Madam, reliefpfeiler, $\dots\}$
- Leere Menge
- Menge der Wörter der Länge 13 über dem Alphabet $\{a, b, c\}$
- Sprache der syntaktisch wohlgeformten Java-Programme
- Deutsch?

Operationen auf Sprachen

Seien $L \subseteq \Sigma^*$ und $K \subseteq \Sigma^*$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ, dann entstehen durch die Verknüpfung mit Mengenoperatoren neue Sprachen über Σ:

$$K \cup L, \; K \cap L, \; K \setminus L$$

Die Verkettung von Wörtern kann ausgedehnt werden auf die Verkettung von Sprachen:

$$K \circ L := \{v \circ w \in \Sigma^* | v \in K, w \in L\}$$

Beispiel: Sei $K = \{abb, a\}$ und $L = \{bbb, ab\}$

- $K \circ L =$

Operationen auf Sprachen

Seien $L \subseteq \Sigma^*$ und $K \subseteq \Sigma^*$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ, dann entstehen durch die Verknüpfung mit Mengenoperatoren neue Sprachen über Σ:

$$K \cup L,\ K \cap L,\ K \setminus L$$

Die Verkettung von Wörtern kann ausgedehnt werden auf die Verkettung von Sprachen:

$$K \circ L := \{v \circ w \in \Sigma^* | v \in K, w \in L\}$$

Beispiel: Sei $K = \{abb, a\}$ und $L = \{bbb, ab\}$

- $K \circ L = \{abbbbb, abbab, abbb, aab\}$ und $L \circ K =$

Operationen auf Sprachen

Seien $L \subseteq \Sigma^*$ und $K \subseteq \Sigma^*$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ, dann entstehen durch die Verknüpfung mit Mengenoperatoren neue Sprachen über Σ:

$$K \cup L,\ K \cap L,\ K \setminus L$$

Die Verkettung von Wörtern kann ausgedehnt werden auf die Verkettung von Sprachen:

$$K \circ L := \{v \circ w \in \Sigma^* | v \in K, w \in L\}$$

Beispiel: Sei $K = \{abb, a\}$ und $L = \{bbb, ab\}$

- $K \circ L = \{abbbbb, abbab, abbb, aab\}$ und
  $L \circ K = \{bbbabb, bbba, ababb, aba\}$
- $K \circ \emptyset =$

Operationen auf Sprachen

Seien $L \subseteq \Sigma^*$ und $K \subseteq \Sigma^*$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ, dann entstehen durch die Verknüpfung mit Mengenoperatoren neue Sprachen über Σ:

$$K \cup L,\ K \cap L,\ K \setminus L$$

Die Verkettung von Wörtern kann ausgedehnt werden auf die Verkettung von Sprachen:

$$K \circ L := \{v \circ w \in \Sigma^* | v \in K, w \in L\}$$

Beispiel: Sei $K = \{abb, a\}$ und $L = \{bbb, ab\}$

- $K \circ L = \{abbbbb, abbab, abbb, aab\}$ und $L \circ K = \{bbbabb, bbba, ababb, aba\}$
- $K \circ \emptyset = \emptyset$
- $K \circ \{\epsilon\} =$

Operationen auf Sprachen

Seien $L \subseteq \Sigma^*$ und $K \subseteq \Sigma^*$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ, dann entstehen durch die Verknüpfung mit Mengenoperatoren neue Sprachen über Σ:

$$K \cup L,\ K \cap L,\ K \setminus L$$

Die Verkettung von Wörtern kann ausgedehnt werden auf die Verkettung von Sprachen:

$$K \circ L := \{v \circ w \in \Sigma^* | v \in K, w \in L\}$$

Beispiel: Sei $K = \{abb, a\}$ und $L = \{bbb, ab\}$

- $K \circ L = \{abbbbb, abbab, abbb, aab\}$ und $L \circ K = \{bbbabb, bbba, ababb, aba\}$
- $K \circ \emptyset = \emptyset$
- $K \circ \{\epsilon\} = K$
- $K^2 =$

Operationen auf Sprachen

Seien $L \subseteq \Sigma^*$ und $K \subseteq \Sigma^*$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ, dann entstehen durch die Verknüpfung mit Mengenoperatoren neue Sprachen über Σ:

$$K \cup L,\ K \cap L,\ K \setminus L$$

Die Verkettung von Wörtern kann ausgedehnt werden auf die Verkettung von Sprachen:

$$K \circ L := \{v \circ w \in \Sigma^* | v \in K, w \in L\}$$

Beispiel: Sei $K = \{abb, a\}$ und $L = \{bbb, ab\}$

- $K \circ L = \{abbbbb, abbab, abbb, aab\}$ und $L \circ K = \{bbbabb, bbba, ababb, aba\}$
- $K \circ \emptyset = \emptyset$
- $K \circ \{\epsilon\} = K$
- $K^2 = K \circ K = \{abbabb, abba, aabb, aa\}$

Hausaufgaben (Abgabe bis zum 10.11.2009; für den BN: 2 aus 5)

Sei $K = \{aa, aaa, ba\}$, $L = \{bb, aa\}$

1. Geben sie die Sprachen $K \circ L$, $L \circ K$, $\{\epsilon\} \circ L$, $\{\epsilon\} \circ \emptyset$ und $K \circ \emptyset$ an.
2. Geben sie die Sprache L^3 an.
3. Geben sie die Sprache $K \setminus L$ an.
4. Geben sie eine implizite Mengendarstellung der Sprache $K \circ L$ an.
5. Wie unterscheiden sich die Sprachen L^* und L^+?